

ניהול סיכונים וביטוח (1305)

פרק 2 - תרגילים לדוגמה

תוכן העניינים

1. כללי.....1

תרגילים לדוגמה:

שאלות:

(1) נתונות 3 פונקציות תועלת מכסף של שלושה משקיעים שונים (X הוא סכום הכסף בפועל):

$$\text{משקיע א': } u(x) = 3\sqrt{x}$$

$$\text{משקיע ב': } u(x) = 2x$$

$$\text{משקיע ג': } u(x) = \left(\frac{x}{100}\right)^2$$

לכל אחד מהמשקיעים סכום כסף של 5,000 ₪. מוצע למשקיעים להשקיע בכרטיס הגרלה A. עלות הכרטיס היא 1,000 ₪ והכרטיס מניב הכנסה המתקבלת מייד לאחר ההשקעה. להלן התפלגות ההכנסה מהכרטיס (הכנסה לפני ניכוי עלות ההשקעה):

הכנסה	הסתברות
0	0.48
2000	0.52

- ציין לגבי כל משקיע האם הוא אוהב סיכון/אדיש לסיכון/שונא סיכון.
- חשב את תוחלת הסכום, והשווה אותם לנתוני הסכום הכולל שיהיה בידו ללא השקעה. האם אתה יכול על בסיס תוצאות השוואה זו ומסקנותיך בסעיף א' להסיק ללא חישובים נוספים מה האפשרות העדיפה למשקיע שונא סיכון?
- חשב את תוחלת התועלת של כל משקיע אם יבחר בהשקעה, ונתח על פי תוחלת התועלת את העדפת המשקיע בין השקעה בכרטיס לבין אי השקעה.
- הנח כי בפני המשקיעים נתון פרויקט השקעה נוסף B, אשר גם עלותו היא 1,000 ₪ ואשר מניב את התפלגות ההכנסות הבאה (הכנסה לפני ניכוי עלות ההשקעה, הכנסות מתקבלות מיד לאחר ההשקעה):

הכנסה	הסתברות
-200	0.3
0	0.2
2,200	0.5

- חזור ופתור את סעיפים ב' ו-ג' לגבי השקעה בפרויקט זה.
- השווה בין אי השקעה והשקעה בפרויקט A או B. דרג את 3 החלופות מבחינת הכדאיות עבור כל משקיע לפי תוחלת התועלת.

(2) פרט מחזיק בבית הממוקם באזור בו עוברת כל שנה סופת טורנדו הפוגעת באופן אקראי ב-10% מהבתים. שווי הבית הינו 150,000 ₪, אך אם תפגע בו הסופה יגרם לו נזק בגובה של 70,000 ₪ (כלומר שווי ירד ל-80,000 ₪).

פונקציית התועלת של הפרט היא: $U(x) = \sqrt[3]{x}$.

חברת ביטוח שוקלת להציע לפרטים הגרים באזור תוכנית ביטוח מלא לנכס הנדל"ן שברשותם.

א. מהם התנאים אשר צריכים להתקיים בכדי שחברת הביטוח תוכל להציע תוכנית ביטוח לפרטים מבלי שהיא תהיה חשופה בעצמה לסיכון?

ב. חשב מהו המחיר הגבוה ביותר בו כדאי יהיה לפרט בדוגמא לרכוש את הביטוח (מחיר המקסימום)?

ג. חשב מה צריך להיות מחיר ביטוח מלא לנכס על מנת שהחברה לא תרוויח אך גם לא תפסיד ממכירת ביטוח זה (מחיר המינימום) – מהו טווח המחירים אשר יאפשר קיום עסקאות ביטוח?

ד. הנח כי מוצע למבוטח ביטוח עם השתתפות עצמית של 10,000 ₪ (החברה תכסה את הנזק בניכוי 10,000 ₪), מה צריך להיות המחיר של תוכנית ביטוח זה על מנת שהחברה לא תרוויח אך גם לא תפסיד ממכירתו, מה צריך להיות המחיר אם החברה מתמחרת את תוכניות הביטוח ברווח קבוע של 15% מעל ההוצאות (לשם פשטות הנח כי ההוצאה היחידה היא תשלומי ההשתתפות למבוטחים)?

ה. הנח כי מוצעות למבוטח 2 תוכניות נוספות של ביטוח חלקי עם תקרת תשלומים אחת עם תקרה של 60,000 ₪ והשנייה עם תקרה של 30,000 ₪. מה המחיר המינימאלי האפשרי לכל אחת מתוכניות אלה, מה יהיה המחיר ברווח של 15%?

ו. דרג את התוכניות (בסעיפים ג-ה), כאשר רווח החברה 0, מבחינת כדאיותן לפרט.

(2.1) בנתוני שאלה 2, הנח כעת כי התפלגות הנזקים הצפויה מסופת הטורנדו לכל בית היא שונה מהנתון בשאלה. להלן ההתפלגות המעודכנת:

שווי הנכס	הסתברות	מצב טבע
150,000	0.8	אין נזק
130,000	0.12	נזק קל
80,000	0.08	נזק כבד

א. מה יהיה מחירה של תוכנית ביטוח עם תקרת תשלומים של 55,000 כאשר רווח החברה הוא 15%?

ב. הצע תוכנית עם השתתפות עצמית ותוכנית ביטוח פרופורציוני אשר מחירן יהיה זהה למחיר תוכנית הביטוח שחישבת בסעיף א'. חשב את הסכום הממוצע בידי הפרט בכל תוכנית ואת תוחלת התועלת מכל התוכניות ודרג את התוכניות מבחינת כדאיותן לפרט.

- (3) הנח כי נתונים 1,000 פרטים המחזיקים בסוג מסוים של מכונה אשר שווה 100,000 ₪. ידוע כי הסיכוי של המכונה להתקלקל הוא 25%. עם זאת גובה הנזק (עלות התיקון) במקרה של קלקול תלוי באיכות התחזוקה של המכונה. במידה ורמת התחזוקה הייתה גבוהה הנזק הממוצע במקרה של קלקול צפוי להיות בגובה של 25,000 ₪ ובמידה ורמת התחזוקה הינה ירודה, הנזק הממוצע במקרה של קלקול צפוי להיות בגובה של 48,000 ₪.
- בהנחה כי מחצית מהפרטים שומרים על רמה גבוהה של תחזוקה וכי מחצית מהפרטים שומרים על רמה נמוכה וכן אין קורלציה בין מקרי הקלקול של המכונות וכי פונקציית התועלת של הפרטים היא: $U(x) = \sqrt{x}$:
- א. חשב את ממוצע הסכום שיהיה בידי לקוח זהיר ובידי לקוח מסוכן וכן את ממוצע הנזק ללא ביטוח.
 - ב. בהנחה כי חברת הביטוח מצפה לרווח של 8% (על ההוצאה הממוצעת למבוטח) וכי אין לחברה הוצאות נוספות מלבד כיסוי נזקי המבוטחים, מה צריך היה להיות המחיר של ביטוח מלא לכל סוג לקוח לו ניתן היה לזהות מראש את סוג הלקוח (לקוחות זהירים – השומרים על רמת תחזוקה גבוהה ולקוחות מסוכנים – אשר שומרים על רמת תחזוקה ירודה) ולהציע תעריף אחר לכל סוג של לקוחות?
 - ג. בהנחה שחברת הביטוח לא יכולה לזהות מהו "סוג הלקוח" ומציעה תוכנית ביטוח מלא אחת לכל הלקוחות מה צריך להיות מחיר הביטוח על מנת שהחברה לא תרוויח אך גם לא תפסיד ממכירת הביטוח?
 - ד. תחת הנחת סעיף ג', האם כדאי ללקוח מסוכן לרכוש את הביטוח המוצע? האם כדאי ללקוח זהיר לרכוש את הביטוח המוצע? האם תתקיים במקרה זה "בחירה שלילית"? אם כן מה יהיו השלכותיה?
 - ה. הנח כעת כי החברה מחליטה לבצע screening באופן הבא: להציע 2 סוגי ביטוח: ביטוח מלא אשר מחירו מחושב לפי התפלגות הנזק והסיכון של לקוחות מסוכנים, ואשר הרווח עליו הוא 8% וביטוח חלקי המכסה תקרה של 23,000 ₪ מהנזק המחושב לפי התפלגות הנזק והסיכון של לקוחות זהירים, ואשר הרווח עליו הוא 5%. כמו כן הנח כי כל לקוח יכול לבחור האם לרכוש ביטוח מלא או חלקי. העזר בפונקציית התועלת ומצא איזה ביטוח יעדיף כל לקוח, האם האסטרטגיה פתרה את בעיית הבחירה השלילית? מה היתרונות העתידיים לחברה בנקיטה באסטרטגיה זו?

- 4) הנח כי חברת ביטוח שוקלת מכירת תוכנית ביטוח לחברות מפני נזק הנובע מהחשיפה שלהן לתביעות של לקוחות לא מרוצים. להלן נתונים נוספים:
1. בענף בו מדובר ישנו סיכוי של 15% שלחברה יחידה יגרם נזק קל (תתבע בתביעות קטנות) ו-8% סיכוי שלחברה יגרם נזק כבד (תתבע בתביעות גדולות) בכל שנה.
 2. בענף קיימות חברות רבות אשר כולן צפויות לרכוש את הביטוח. לכל החברות אותה התפלגות נזק וכן לא מתקיימת כל קורלציה בין מקרי הנזק – התביעות של לקוחות החברות השונות.
 3. זנב תביעות הביטוח הממוצע (לתביעות קטנות וגדולות של לקוחות) הוא 8 שנים.
 4. גובה התשלום הממוצע במקרה של תביעה קטנה בתום 7 שנים צפוי להיות 12,000 ₪. וגובה התשלום הממוצע בתום 7 שנים במקרה של תביעה גדולה צפוי להיות 80,000 ₪.
 5. פרמיית הביטוח בגין תביעות עבור שנת 2015, נגבית בהווה (בראשית השנה), חברת הביטוח יכולה להשקיע את כל פרמיית הביטוח באג"ח הנושאות תשואה ממוצעת של 3.5% לשנה.
 6. לחברת הביטוח עלויות ניהול, כלליות ועקיפות בשיעור של 12% מגובה התשלום הממוצע הצפוי למבוטח. (הנח כי עלויות אלה מוצאות בהווה).
 7. החברה דורשת רווח של 6% על התשלום הממוצע שלה למבוטח (פיצוי על הסיכון).
- א. חשב את מחיר פרמיית הביטוח (מחיר פרמיה הוגנת) לחברה יחידה הרוכשת ביטוח מפני תביעות.
- ב. הנח כעת כי חברה השוקלת לרכוש את הביטוח משווה אותו לאפשרות להיות חשופה לסיכון ללא רכישת הביטוח. להלן הנתונים הנוגעים לאפשרות להיות חשופה לסיכון ללא רכישת ביטוח:
- במידה והחברה תרצה להימנע מהתמודדות עם תביעות בבית המשפט - היא תצטרך לשלם בממוצע תוך שנה 80% מסכום התביעה הממוצע (אותו סכום הצפוי להיות משולם ע"י חברת הביטוח בתום שבע שנים) ובנוסף סכום ממוצע שנתי של 2,500 ₪ נוספים בגין טיפול משפטי בניסוח הסכם הפשרה עם הלקוחות התובעים.
- במידה והחברה תבחר להתמודד עצמאית עם התביעה בבית המשפט - (באמצעות באי כוח שתשכור לשם כך ולא באמצעות חברת הביטוח), היא תעמוד בפני התפלגות ההוצאות הבאה: במצב של ניצחון הלקוח (הסתברות של 50%) היא תצטרך להוציא סכום כפול מסכום ההוצאה הממוצעת לחברת הביטוח בגין תביעות לקוחות בתום 7 שנים, במצב של ניצחון שלה (הסתברות של 50%) היא תצטרך לשלם לבאי כוחה סכום בגובה של מחצית מההוצאה הממוצעת לחברת הביטוח בגין תביעות בתום 7 שנים. כמו כן הנח כי בכל מקרה התשלום יעשה בתום 7 שנים, וכן כי החברה יכולה להשקיע את הכסף המיועד לכיסוי התביעה באותו שיעור תשואה כמו זה של חברת הביטוח (3.5% לשנה).

- חשב את ההוצאה הממוצעת לחברה בכל אחת מהאפשרויות העומדות בפניה :
- i. רכישת ביטוח נגד תביעות לקוחות במחיר הפרמיה שחישבת בסעיף א'.
 - ii. אי רכישת ביטוח והגעה לפשרה בהווה עם הלקוחות שיתבעו אותה.
 - iii. התמודדות עם התביעות שיוגשו בבית המשפט.
- דרג את שלוש החלופות מבחינת כדאיותן לחברה. מהי החלופה הכדאית ביותר?
- ג. בהתבסס על חישוביך בסעיף ב' חשב את שיעור הרווח המקסימאלי אשר יכולה לדרוש חברת הביטוח, מבלי לגרום לחברות החוששות מתביעות לוותר על רכישת הביטוח ולהעדיף חשיפה לסיכון.

תשובות סופיות:

- (1) א. משקיע א': שונא סיכון, משקיע ב': אדיש לסיכון, משקיע ג': אוהב סיכון.
 ב. $\sigma^2 x = 998,400$, $Ex = 5,040$, אצל משקיע שונא סיכון לא ניתן לדעת.
 ג. משקיע א': $E = 211.91$ - לא ישקיע, משקיע ב': $E = 10,080$ - ישקיע, משקיע ג': $E = 2,640$ - ישקיע.
 ד. ראה סרטון. ה. ראה סרטון.
 (2) א. אי תלות בין הפרטים ואוכלוסיית המבוטחים שתהיה גדולה.
 ב. 8,354 ₪. ג. 7,000 ₪. ד. 6,000 ₪.
 ה. תקרת תשלומים 60,000 : 6,000 ₪, תקרת תשלומים 30,000 : 3,000 ₪.
 עם רווח של 15% : 6,900 ₪ ו-3,450 ₪ בהתאמה.
 ו. 1. תוכנית ביטוח מלאה.
 2. תוכנית ביטוח עם השתתפות עצמית 10,000 + תוכנית ביטוח עם תקרת תשלומים 60,000.
 3. תוכנית ביטוח עם תקרת תשלומים 30,000.
 (2.1) א. 7,820 ₪. ב. השתתפות עצמית : 6,000 ₪, השתתפות פרופורציונית : 85%.
 1. השתתפות עצמית ($Ex = 164.98$, $\sigma^2 x = 207.36$).
 2. כיסוי פרופורציוני ($Ex = 164.98$, $\sigma^2 x = 210.06$).
 3. תקרת תשלומים ($Ex = 140.98$, $\sigma^2 x = 16.56$).
 (3) א. לקוח מסוכן : 88,000 ₪, לקוח זהיר : 93,750 ₪, נזק ללא ביטוח – 36,500 ₪.
 ב. לקוח זהיר : 6,750 ₪, לקוח מסוכן : 12,960 ₪.
 ג. 9,125 ₪. ד. לקוח זהיר : לא כדאי, לקוח מסוכן : כדאי.
 ה. גם ללקוח זהיר וגם ללקוח מסוכן כדאי לרכוש ביטוח חלקי.
 (4) א. 7,912 ₪. ב. 7,921 ₪. ii. 8,753.6 ₪. iii. 8,056.4 ₪.
 ג. 7.64%.